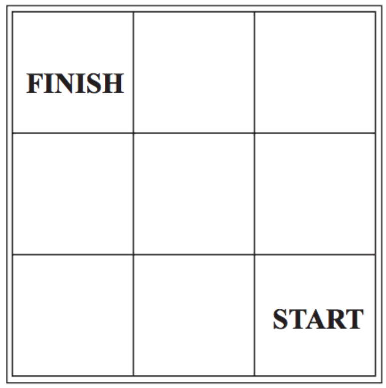
Atividade em classe 5

Introdução

Você está muito entediado e começou a jogar, sozinho, um jogo bem simples. Você usou o tabuleiro abaixo, uma peça para marcar a casa no tabuleiro e um dado comum de 6 faces.



Você deverá jogar da seguinte maneira:

- Coloque a peça na casa **START**
- Jogue o dado
- Se sair um número **PAR**, vá uma casa para **CIMA**
- Se sair um número **ÍMPAR**, vá um casa para a **ESQUERDA**
- Caso o resultado coloque sua peça fora do tabuleiro, você perde o jogo.
- Se conseguir chegar na casa **FINISH** você ganhou o jogo.

Experimento Aleatório e Espaço Amostral

Considere uma partida deste jogo como um experimento aleatório, ou seja, a sequência de jogadas da partida (ex: "PPP") é um fenômeno aleatório, pois não conhecemos *a priori* a sequência de jogadas.

Construa uma tabela com duas colunas: o ponto do espaço amostral do experimento e a probabilidade dele ocorrer.

TABELA

Variável Aleatória Discreta

No caso da partida do jogo, não temos interesse na sequência de resultados obtida, mas apenas no resultado final: ganhou ou não. Desta maneira, temos dois eventos de interesse no espaço amostral:

- Evento A, com pontos amostrais que levam à vitória
- Evento B, com pontos amostrais que levam à derrota

Apresente uma tabela com duas colunas: pontos amostrais do evento A e a probabilidade de cada ponto amostral.

TABELA

Uma **função** X que associa a cada elemento do espaço amostral um valor num conjunto enumerável de pontos da reta é denominada **variável aleatória discreta**.

O resultado de uma partida deste jogo pode ser considerado como uma variável aleatória, X, tendo os seguintes resultados possíveis ganhar (1) ou perder (0).

A probabilidade de vencer o jogo é $P(X = 1) = P(A) =$ **e a de perder é** $P(X = 0) = P(B) =$ **.**

Esperança de uma Variável Aleatória Discreta

Seja X uma v.a. discreta assumindo os valores $x_1, \ldots, x_n$. A esperança (ou valor esperado ou valor médio) da variável X é dada por:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \, P(X = x_i)\,.$$

Interpretação: A esperança de X é a média ponderada de todos os valores possíveis de X, onde o peso de cada valor é a sua probabilidade de ocorrência.

No caso do jogo considerado, a esperança da variável aleatória X é:

$$E(X) = 1 \times P(X = 1) + 0 \times P(X = 0) =$$

Variância de uma Variável Aleatória Discreta

Uma medida para quantificar quão distantes os valores da variável aleatória X estão da sua esperança: variância.

Se X é uma v.a. com esperança $E(X) = \mu$, então a variância de X é:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu^2\,.$$

No caso do jogo considerado, já calculamos $E(X)$ e precisamos calcular $E(X^2)$. Para tanto, considere a seguinte variável aleatória:

$$X^2 = \begin{cases} 1^2, & \text{se } X = 1 \\ 0^2, & \text{se } X = 0 \end{cases}$$

$E(X^2) = 1 \times P(X = 1) + 0 \times P(X = 0) =$

Portanto $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 =$